



**Природни ресурси и технологии**  
**Natural resources and technology**

**ноември 2011**  
**november 2011**

## ПРИРОДНИ РЕСУРСИ И ТЕХНОЛОГИИ NATURAL RESOURCES AND TECHNOLOGY

### За издавачот:

Проф. д-р Зоран Панов

#### Издавачки совет

Проф. д-р Саша Митрев  
Проф. д-р Зоран Панов  
Проф. д-р Борис Крстев  
Проф. д-р Мирјана Голомеова  
Проф. д-р Благој Голомеов  
Проф. д-р Зоран Десподов  
Доц. д-р Дејан Мираковски  
Проф. д-р Кимет Фетаху  
Проф. д-р Ѓорѓи Радулов

#### Editorial board

Prof. Saša Mitrev, Ph.D  
Prof. Zoran Panov, Ph.D  
Prof. Boris Krstev, Ph.D  
Prof. Mirjana Golomeova, Ph.D  
Prof. Blagoj Golomeov, Ph.D  
Prof. Zoran Despodov, Ph.D  
Ass. Prof. Dejan Mirakovski, Ph.D  
Prof. Kimet Fetahu, Ph.D  
Prof. Gorgi Radulov, Ph.D

#### Редакциски одбор

Проф. д-р Зоран Панов  
Проф. д-р Борис Крстев  
Проф. д-р Мирјана Голомеова  
Проф. д-р Благој Голомеов  
Проф. д-р Зоран Десподов  
Доц. д-р Дејан Мираковски

#### Editorial staff

Prof. Zoran Panov, Ph.D  
Prof. Boris Krstev, Ph.D  
Prof. Mirjana Golomeova, Ph.D  
Prof. Blagoj Golomeov, Ph.D  
Prof. Zoran Despodov, Ph.D  
Ass. Prof. Dejan Mirakovski, Ph.D

#### Главен и одговорен уредник

Проф. д-р Мирјана Голомеова

#### Managing & Editor in chief

Prof. Mirjana Golomeova, Ph.D

#### Јазично уредување

Даница Гавриловска-Атанасовска  
(македонски јазик)

#### Language editor

Danica Gavriloavska-Atanasovska  
(macedonian language)

#### Техничко уредување

Славе Димитров  
Благој Михов

#### Technical editor

Slave Dimitrov  
Blagoj Mihov

#### Печати

„Европа 92“ - Кочани

#### Printing

„Evropa 92“ - Kocani

#### Редакција и администрација

Универзитет „Гоце Делчев“ - Штип  
Факултет за природни и технички науки  
ул. „Гоце Делчев“ 89, Штип  
Р. Македонија

#### Address of the editorial office

Goce Delcev University - Stip  
Faculty of Natural and Technical Sciences  
Goce Delcev 89, Stip  
R. Macedonia

**СОДРЖИНА**

|                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Елизабета Десаноска, Зоран Панов</b><br>ПРОЕКТИРАЊЕ НА СИСТЕМОТ ЗА ЕКСПЛОАТАЦИЈА НА<br>ЈАГЛЕН ВО ПК БРОД-ГНЕОТИНО СО ЦИКЛИЧНА<br>МЕХАНИЗАЦИЈА ЗА СЛЕДНИТЕ ПЕТ ГОДИНИ.....      | 5  |
| <b>Сашко Иванов, Николинка Донева, Марија Хаџи-Николова</b><br>ПРОБЛЕМИ И ПЕРСПЕКТИВИ НА СОВРЕМЕНИТЕ<br>ТЕХНОЛОГИИ ЗА ОТКОПУВАЊЕ НА ЦВРСТИ КАРПИ .....                            | 17 |
| <b>Стојанче Мијалковски, Зоран Десподов, Дејан Мираковски,<br/>Афродита Зенделска, Марија Костадинова</b><br>МЕТОДОЛОГИЈА ЗА ИЗБОР НА РУДАРСКА<br>ОТКОПНА МЕТОДА.....             | 29 |
| <b>Николинка Донева, Зоран Десподов, Марија Хаџи Николова</b><br>ТРОШОЦИ ПРИ ИЗРАБОТКА НА ХОРИЗОНТАЛНИ<br>РУДАРСКИ ПРОСТОРИИ .....                                                | 39 |
| <b>Ангел Тасевски, Сашко Иванов, Николинка Донева</b><br>НЕКОИ СЕГМЕНТИ ОД УЛОГАТА НА МЕХАНИКАТА НА<br>ФЛУИДИТЕ КАЈ РУДАРСКИТЕ ПРОЦЕСИ .....                                      | 51 |
| <b>Радмила Каранакова Стефановска, Зоран Панов</b><br>МЕТОДОЛОГИЈА НА ПРОЦЕНА НА ВИЗУЕЛНИ<br>ВЛИЈАНИЈА НА ПОВРШИНСКИТЕ КОПОВИ И МЕРКИ<br>ЗА УПРАВУВАЊЕ СО ВИЗУЕЛНИТЕ РЕСУРСИ..... | 63 |
| <b>Благој Голомеов, Мирјана Голомеова, Афродита Зенделска,<br/>Александар Крстев</b><br>МОЖНИ ИЗВОРИ НА ЗАГАДУВАЊЕ НА ВОДИТЕ ОД<br>СЛИВНОТО ПОДРАЧЈЕ НА РУДНИКОТ САСА.....        | 75 |
| <b>Мирјана Голомеова, Афродита Зенделска,<br/>Борис Крстев, Благој Голомеов</b><br>ПОСТАПКИ ЗА ЗГУСНУВАЊЕ НА ТИЊА .....                                                           | 87 |
| <b>М. Хаџи-Николова, Д. Мираковски, Н. Донева, Т. Гаврилов</b><br>ФАКТОРИ КОИ ВЛИЈААТ НА ШИРЕЊЕТО НА БУЧАВАТА<br>ВО ЖИВОТНАТА СРЕДИНА.....                                        | 95 |

|                                                                                                                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Yonche Dimchov, Zoran Panov</b><br>RECLAMATION AND ENVIRONMENTAL MANAGEMENT<br>IN DIMENSION STONE MINING .....                                                                                                       | 105 |
| <b>Boris Krstev, Aleksandar Krstev,</b><br><b>Mirjana Golomeova, Afrodita Zendelska</b><br>BUSINESS INFORMATICS AND APPROPRIATE LOGISTICS<br>AS A CHALLENGE FOR EDUCATION OR ECONOMY<br>GLOBALIZATION IN MACEDONIA..... | 115 |
| <b>Aleksandar Krstev, Aleksandar Donev, Dejan Krstev</b><br>INFORMATION TECHNOLOGY IN LOGISTICS:<br>ADVANTAGES, CHALLENGES AND OPPORTUNITY<br>FOR EFFICIENCY FROM PROBLEM DECISION IN<br>DIFERENT ACTIVITIES .....      | 123 |
| <b>Aleksandar Krstev, Boris Krstev, Darko Dimitrovski, Dejan Krstev</b><br>FOCUS AND CHALLENGE OF NATIONAL APPLIED<br>INFORMATION SYSTEMS IN PRODUCTION PROCESSES<br>OR ACADEMY AND ACCOUNTING FIRMS .....              | 131 |
| <b>Благоица Донева, Радмила Каранакова Стефановска</b><br>ГЕОЕЛЕКТРИЧНИ МЕРЕЊА СО TERRAMETER SAS 1000 .....                                                                                                             | 141 |
| <b>Александра Димоска, Ана Митаноска, Васка Сандева</b><br>КОНЦЕПТ ЗА ПРОЕКТИРАЊЕ НА ЕНЕРГОЕФЕКТИВЕН<br>ИНДИВИДУАЛЕН СТАЊБЕН ОБЈЕКТ ПО ПРИНЦИПИТЕ<br>НА ПАСИВНА АРХИТЕКТУРА.....                                        | 149 |
| <b>Александар Донеv, Катерина Деспот, Зоран Панов</b><br>ТЕОРИЈА ЗА МЕШАЊЕ И КЛАСИФИКАЦИЈА НА БОИТЕ .....                                                                                                               | 159 |
| <b>Сашка Голомеова, Силвана Крстева</b><br>УПРАВУВАЊЕ СО ЦВРСТ ТЕКСТИЛЕН ОТПАД .....                                                                                                                                    | 167 |
| <b>Сашка Голомеова, Горан Дембоски</b><br>ПРИМЕНА НА ПРЕТПРОИЗВОДНИ ТЕСТОВИ ЗА<br>ИСПИТУВАЊЕ НА КВАЛИТЕТ НА ТЕРМОПЛАСТИЧНИ<br>МЕЃУПОСТАВИ ВО КОНФЕКЦИСКАТА ИНДУСТРИЈА .....                                             | 175 |
| <b>Елена Гелова, Александар Донеv</b><br>ТЕОРИЈА НА ОПТИМИЗАЦИЈА И ПРИМЕНА .....                                                                                                                                        | 185 |

## ТЕОРИЈА НА ОПТИМИЗАЦИЈА И ПРИМЕНА

Елена Гелова<sup>1</sup>, Александар Донеv<sup>2</sup>,

### Апстракт

Во овој труд се прикажани основните карактеристики на оптимизацијата и поделбата на проблемите поврзани со оптимизацијата, а пред сè со нелинеарното програмирање како област која се изучува под оптимизацијата. Големата важност на нелинеарното програмирање, а со тоа и на оптимизацијата, придонесла нивната примена да биде голема во решавањето на голем број математички проблеми поврзани со наоѓање на максимално или минимално решение. Оптимизацијата наоѓа примена во производството, инвестициите, транспортот, финансиите, прехраната итн. Во овој труд ќе биде спомнат нелинеарниот транспортен проблем како проблем присутен во секојдневието чие решение е тесно поврзано со оптимизацијата.

**Клучни зборови:** оптимизација, нелинеарно програмирање, линеарно програмирање, *минимална вредност, максимална вредност.*

## OPTIMIZATION THEORY AND APPLICATION

Elena Gelova<sup>1</sup>, Aleksandar Donev<sup>2</sup>

### Abstract

This paper shows the basic characteristics of optimization, a division of the problems associated with optimization, primarily with nonlinear programming as an area that is studied under optimization. Great importance of nonlinear programming and thereby contribute to optimization of their application to be great in solving many mathematical problems associated with finding the maximum or minimum solution. The optimization is applied in production investment, transportation, finance, lodging, etc. This paper will be referred to the nonlinear transport problem as a problem present in everyday life whose solution is closely related to optimization.

1) Факултет за информатика, Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип  
Faculty of informatics, University “Goce Delchev” - Shtip

2) Факултет за природни и технички науки, Универзитет „Гоце Делчев“ – Штип  
Faculty of natural and technical sciences, University “Goce Delchev” - Shtip

**Key words:** *optimization, nonlinear programming, linear programming, minimum value, maximum value.*

### Вовед

Теоријата на оптимизација се занимава со развој на модели и методи со кои се определуваат оптимални решенија на математички дефинирани проблеми. Проблемите на оптимизација и оптималните процеси ги наоѓаме во многу области на природните, општествените и техничките науки.

Областа на оптимизација која се занимава со линеарните програми се нарекува „линеарно програмирање“. Важна карактеристика на линеарните програми е линеарните релации кои го одредуваат множеството на дозволени решенија да не се само равенки, туку и неравенки. Но, покрај линеарни има многу проблеми на оптимизација кои се нелинеарни, т.е. најчесто крајната функцијата или барем едно од ограничувањата е нелинеарна функција. Теоријата на нелинеарното програмирање е многу посложена за разлика од теоријата на линеарното програмирање.

### Општо за оптимизација

За да можеме да констатираме дали некое решение е оптимално, потребно е да постои мерка со која се одредува неговиот квалитет и ќе овозможува негово споредување со други можни решенија. Во математичкиот модел мора да постои функција со која на секое решение се придружува некоја вредност која претставува мерка за квалитет. Таквата функција се нарекува *функција на цел* и обично се означува со  $F(X)$ . Задача на оптимизација е одредување на решение кое дава оптимална (минимална или максимална вредност) на функцијата на цел.

Променливите коишто треба да се определат обично се условени со меѓусебни релации и ограничувања. Секое решение кое ги задоволува постоечките ограничувања се нарекува *можно решение*. Ваквите решенија формираат множество на можни решенија  $D$ .

$$D = \{x \in R^n | g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m\}$$

$i$  - индекс на ограничувањето,

$m$  – вкупен број на ограничувања,

$g_i(x)$  - функции на ограничувањата.

Променливите коишто треба да се определат обично се условени со меѓусебни релации и ограничувања. Секое решение кое ги задоволува постоечките ограничувања се нарекува *можно решение*.

Ако со  $x^*$  го означиме оптималното решение, тогаш вредноста на

функцијата  $F^* = F(x^*)$  која одговара на оптималното решение  $x^*$  се нарекува оптимална вредност или **оптимум**.

Неопходни претпоставки кои треба да постојат за да може да се оствари една задача на оптимизација се :

1. Објект на оптимизација. Може да биде произволен процес, апарат итн.
2. Критериум на оптималност, кој се нарекува и функција на цел.
3. Управување на објектот на оптимизација. За да може да се изврши процесот на оптимизација потребно е објектот на оптимизација да може да се управува. За да се осигура можноста за управување на објектот на оптимизација неопходно е тој да има управувачки параметри кои ќе можат да се менуваат независно еден од друг.
4. Метод на оптимизација. За даден управувачки објект и функција на цел е неопходно да се одбере метод за определување на оптимум. Не постои некој универзален метод за решавање на сите задачи на оптимизација. Изборот на метод обично се прави врз основа на функцијата на цел и избраниот објект.

Задачите на оптимизација можеме да ги поделеме како задачи на статичка оптимизација и задачи на динамичка оптимизација. Кај задачите на статичката оптимизација објектот се разгледува во единствена непроменлива состојба. Во задачите на динамичката оптимизација целната функција зависи од параметри коишто претставуваат променливи.

Методите на оптимизација можеме да ги поделеме на:

а) Аналитички методи кои се засоваат на аналитичка анализа на изводот на целната функција. Во овие методи екстремната вредност на функцијата  $F(X)$  се добива со наоѓање на такви вредности на  $X$  за кои  $F'(X) = 0$ . За поголем број нелинеарни проблеми, аналитичките методи не се од посебно значење.

б) Нумерички (итеративни) методи се засноваат на дефинирана нумеричка итерација за приближна апроксимација на решението. Овие методи се најпогодни за програмирање. Се делат во две групи:

- градиентни методи кои користат извод на целната функција;
- неградиентни методи кои не користат извод на целната функција.

в) Графички методи кај кои имаме графичко претставување на целната функција и ограничувањата. Екстремните вредности на целната функција се добиваат од графиконот преку пребарување. Овие методи можат да се применат само на целна функција од еден или два управувачки параметри.

г) Експериментални методи кај кои се добива екстрем врз основа на

серија извршени експерименти. Експерименталните методи се користат само во случаи кога математичкиот модел на објектот се покажува неадекватен.

Основни особини коишто треба да ги задоволува алгоритмот на оптимизација се:

- конвергенција (добивање нумеричко решение со конечен број на чекори);
- брза конвергенција (добивање решение за што пократко време и за што помал број пресметани вредности на целната функција);
- универзалност; пожелно е алгоритмот да биде применлив на што повеќе класи на задачи. Меѓутоа универзален метод за решавање на сите типови оптимизациони задачи не постои.

### Нелинеарен транспортен проблем

Транспортните проблеми во најголем број на случаи се врзани за избор на најповолна варијанта на транспорт која обезбедува трошоците на транспорт да бидат минимални во однос на определена сообраќајна мрежа и транспортни средства. Сепак, денес под тој поим се подразбираат и задачите за оптимално разместување на машини, помошни служби, енергетски објекти и друго, со цел да се постигне поголема економичност на работата и времето.

Класичниот транспортен проблем се состои во наоѓање на најекономичен план на превоз на производ од еден вид од местото на негово производство до местото на потрошување. Ако во  $m$ -складиште има  $a_1, a_2, \dots, a_m$  количини, а во  $n$  продавници се бараат  $b_1, b_2, \dots, b_n$  количини од еден производ и цената на транспортот е  $c_{ij}, (i=1, 2, \dots, m)$  и  $(j=1, 2, \dots, n)$  за единица производ од  $i$ -тото складиште до  $j$ -тата продавница, проблемот за наоѓање економичен план на превоз се сведува на решавање на задачата

$$\min F(x_{ij}) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

со ограничувања

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j,$$

каде  $x_{ij}$  е количината на производот којашто треба да се транспортира од  $i$ -тото складиште до  $j$ -тата продавница. При што  $x_{ij} \geq 0$ . Вака поставениот проблем е проблем на линеарното програмирање во кој трошоците на транспорт  $\varphi_{ij}(x)$  се пропорционални на соодветната количина  $x_{ij}$  која се транспортира т.е.  $\varphi_{ij}(x) = c_{ij} x_{ij}$ .



Таа претпоставка доведува соодветната целна функција да добие линеарна зависност

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}.$$

Меѓутоа, во низата практични задачи кои се однесуваат на решавањето на транспортните проблеми претпоставката за која веќе стана збор нема место, бидејќи се работи за трошоци кои се нелинеарни во однос на количината на производи кои се транспортираат. Така, на пример, трошоците на транспортот на маршрутата  $(i - j)$  може да се менуваат по квадратен закон

$$\varphi_{ij}(x) = a_{ij} x_{ij}^2 + b_{ij} x_{ij},$$

при што целната функција може да се напише во обликот

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_{ij} x_{ij}^2 + b_{ij} x_{ij}).$$

Целната функција, во зависност од природата на транспортниот проблем, може да биде и од некој друг облик на нелинеарната функција. Во одредени случаи таа може да биде зададена со множеството дискретни вредности, при што за одредени вредности на  $x$  имаме зададени вредности на  $\varphi_{ij}(x)$ . Во тој случај, аналитичката зависност на  $\varphi_{ij}(x)$  се одредува со помош на интерполација.

Независно од тоа за каква нелинеарна целна функција се работи, задачата за наоѓање на оптималниот план на транспортот се сведува на минимизација зададена со целната функција со облик

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(x_{ij})$$

каде  $\varphi_{ij}(x_{ij})$  се зададени нелинеарни функции кои зависат од еден аргумент  $x_{ij}$  (т.н. сепарабилни функции), при што непознатите  $x_{ij}$  мораат да го задоволуваат множеството ограничувања со облик

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Вака формулираната задача спаѓа во класата задачи на НП и се нарекува нелинеарна транспортна задача.

### **Заклучок**

Задачите на нелинеарното програмирање покриваат доста широко подрачје од управувачките задачи и се поразновидни од задачите кои се сведуваат на примена на линеарното програмирање. Многу од нив сè уште не се решливи од таа причина што не постојат развиени алгоритми чијашто примена би можела да даде одредени ефекти. Применливоста на одделни алгоритми се проценува врз основа на бројот на сметачките операции кои треба да се сработат во процесот на наоѓање на решението. Некои алгоритми во одредени задачи на нелинеарното програмирање, дури и кога се има предвид примената на современите сметачи, не се секогаш применливи. Таа примена зависи од повеќе фактори, посебно од карактерот и димензијата на математичкиот модел, заради кој повеќето од задачите на нелинеарното програмирање во извесна смисла се третираат како истражувачки, а не како рутински задачи.

Нелинеарното програмирање се применува кај некои задачи од транспортен тип, како што се: трошоците во однос на количините на производите кои се транспортираат, кај нелинеарните задачи за распределба на однородни ресурси, кај нелинеарните задачи за распределба на неоднородни ресурси кои се далеку посложени.

Нелинеарното програмирање наоѓа примена и во изборот на асортиманот на производство, во оптимизација на производство, увоз и извоз како потреба од количините на одделни производи со одредени ограничувања.

Се применува и во воени цели, како што е на пример распоред на оружје на противничките цели (за добивање на нивни максимални губитоци), за нанесување на одредени штети кај противникот, под услов на минимални трошоци.

### **Користена литература**

- Dantzing G.B., Linear programming and extensions, Princenton University Press, Princenton, New Jersey, 1963.
- Dr. Jovan J.Petrić , Operaciona istraživanja, Naučna knjiga, Beograd 1989.
- Kuhn H.Tucker A., Non-Linear Programming, Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press, Berkeley, California, 1950.
- Sanjo Zlobec, Jovan Petrić, Nelinearno programiranje, Naučna knjiga, Beograd, 1989.
- Slater M. Lagrange Multipliers Revisited, A Contribution to Nonlinear Programming, Cowles Commission Discussion Paper in Mathematics, No. 403, 1950.