



УДК: 332.12:711.73]:519.17(497.7)

Стручен труд

ПРИМЕНАТА НА МЕТОДОТ НА ГРАФОВИ ВО РЕШАВАЊЕТО НА ПРОСТОРНО-ЕКОНОМСКИТЕ ПРОБЛЕМИ

д-р Ристе Темјановски¹

Апстракт

Овој труд опфаќа различни методи во просторно-економските истражувања. Од економски аспект во практиката има повеќе од стотина методи, но нашето внимание е да се опфатат методите што наоѓаат своја примена во просторната економија, посебно во економската географија, меѓународната трговија, регионалната економија, просторното планирање итн.

Значењето на овој метод во планирањето, скицирањето и анализирањето инфраструктура, како транспортната инфраструктура (посебно патната мрежа), хидрологијата (речните системи), телекомуникациските системи и големите и малите регионални целини. Резултатите од оваа анализа претставуваат значаен фактор во моделирањето на географските простори. Можеме да добиеме прецизни резултати во планирањето на патната мрежа во урбаните и руралните населби.

Трудот е структуриран во четири дела. Првиот дел е посветен на нодалните мрежи, вториот се занимава со теоријата на графот, а во третиот се дискутира за примената на методот на графови во транспортната мрежа на Република Македонија.

Клучни зборови: теорија на графот, нодална мрежа, најкраток пат, патна мрежа.

1) Д-р Ристе Темјановски, вонреден професор. Економски факултет, Универзитет „Гоце Делчев“, Штип. riste.temjanovski@eurm.edu.mk
Associate Professor, Riste Temjanovski, Goce Delcev University, Faculty of Economics, Stip, Republic of Macedonia, riste.temjanovski@ugd.edu.mk



APPLICATION OF GRAPH METHOD IN SPATIAL ECONOMIC PROBLEMS

Riste Temjanovski, Ph.d.¹

Abstract

This paper describes different methods for spatial economic research. From economical aspect in practise there are more than hundred methods, but our focus is to describe the methods implemented in spatial economy, especially in the economic geography, international trade, regional economy, spatial planning etc.

The meaning of this method in planning, drafting and analysing of linear infrastructure, such as traffic infrastructure (particular road network), hydrology (river systems), telecommunications systems and bigger or smaller regional parts. The result of this analysis present significant factor in future modelling of geographical area. We can obtain very precision results in planning of roads network in urban and rural settlements.

This paper is structured in four parts. The first part is dedicated to the nodal network; the second argue about graph method, the third discusses about implementation of graph method in transport network in Republic of Macedonia

Key words: *graph theory, nodal network, the shortest path, road network.*

Вовед

Основен методолошки проблем на секоја наука, како природна, така и општествена, е да овозможи непосредно запознавање со внатрешните движења и преку нив да ги открие движечките сили кои ги даваат основните законитости.

Методологијата се дефинира како збир од сознанија, средства и начини за водење на истражувачките процеси и процесите на синтеза, заклучување, конципирање и експликација. Во тој контекст, во услови на постоење на т.н. „асиметрија“ на информации, контролата и управувањето со информации претставува еден од најважните услови за донесување оптимални одлуки.

Науката инсистира на факти, на спознаени вистини што можеме да ги прифатиме. Иако перманентниот стремеж кон осознавањето на вистината, на објективното, на она што е, на она што реално постои, е битна, иманентна карактеристика на науката, но науката не е прост, едноставен, механички збир на факти. Науката формулира, дефинира категории,



утврдува закони, а за да биде вистинска наука е неопходно категориите и законите да ги „лоцира“, да ги поврзе вологичен и конзистентен систем од знаења.

Откривањето, осознавањето и формулирањето на научните закони е цел кон која се стреми секоја наука. Притоа, законите, како степени на човековото сознание, укажуваат и упатуваат на внатрешните причинско-последични врски меѓу предметите и појавите во природата и општеството, тие се сведуваат на определни генерални формулации, воопштувања, кои редовно откриваат егзистенција на константни соодноси меѓу испитаните феномени. Нивното перманентно конфронтирање со емпириски факти, нивното постојано проверување, верифицирање, е насушна потреба на науката и траен, суштински, услов за нејзината виталност и нејзиниот понатамошен развој.²

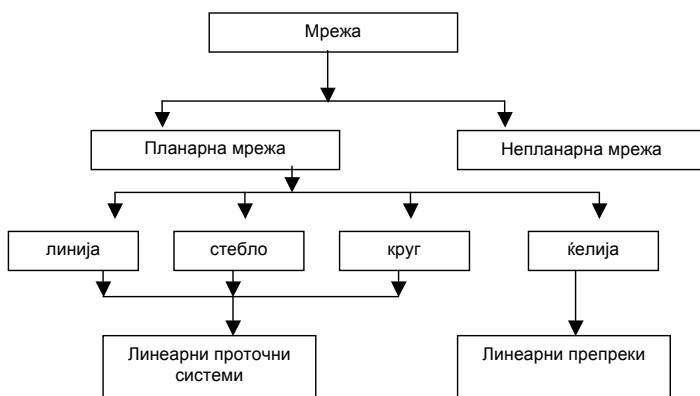
Економската наука истражува комплексни, сложени прашања, процеси и феномени. Притоа, таа користи строга истражувачка процедура што се нарекува научен метод. Истражувачката процедура, синтетички гледано, опфаќа три фази:³

- опсервирање, набљудување на економскиот феномен;
- развивање модел, односно теорија што ја изразува суштината на феноменот;
- тестирање на теоријата и нејзино потврдување или отфрлање.

За таа цел, во истражувањата на економската проблематика, а особено во просторната економија се користат најразлични методи. Во ова истражување се применети неколку методи за работа. Некои од методите се применети во нивниот основен облик, а некои во зависност од потребите и целта на истражуваната материја се комбинираат со други методи. Во овој труд вниманието ќе биде насочено кон методот на нодалните региони и теоријата на графови.

2) Фити Т.: Економија: основи на економијата. Скопје: Економски факултет, 2006.стр. 15

3) Ibid. str.11.



Слика 1. Тополошка класификација на транспортни мрежи

Нодални региони

Во рамките на општата теорија на системите нодалните региони се опфаќаат како отворени системи без постоење на јасни граници во кои градовите, селата, стопанските објекти се поврзани низ кружно движење на луѓе, стока и информации. Во анализата на таквите региони и подрачја (било да се тие мали просторни единици или големи целини) постојат неколку степени⁴.

Тие можат да бидат изразени во форма на движења, мрежа, јазли, хиерархиски и во вид на површини и полиња. Од аспект на систематско сфаќање на нодално-функционалните региони, значајна е и теоријата на графови како една од новите аналитички техники во прикажување и анализа на структурата на еден регион како отворен систем.

Она што е посебно значајно за нас е примената на графовите во економско-географските истражувања посебно во прикажување и анализа на транспортните мрежи, просторната циркулација на луѓе стока, услуги и капитал, а посебно во анализа на нодалните региони.

Теорија на графови

Теоријата на графови е математичка дисциплина, гранка на топологијата која има широка примена во разни области на науката и човековата дејност. Таа, како посебна математичка дисциплина, се смета дека е основана во 1936 година, кога е објавена монографијата на Д.Кениг

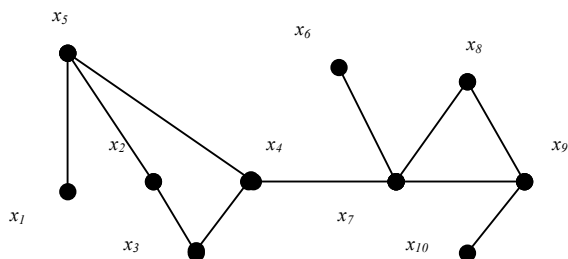
4) Hagget P. (1965): Locational analysis in Human Geography, London



(D. König: “Theorie der endlichen und unendlichen Graphen, 1936; II edition, New York, 1950), и покрај тоа што многу понапред големиот швајцарски математичар Леонард Ојлер (1707-1783), со активирањето на дискусијата на Кенигсбершките мостови, ги поставил темелите на теоријата на графови.

Се поставува прашањето што е граф и во што е суштината на неговата примена?

Граф е фигура составена од математички збир на точки (темиња на графот) кои може да бидат *неповрзани, делумно поврзани или пак целосно поврзани со линии* (ребра или рабови на графот). Според тоа, графот се состои од два основни елемента: јазол (нод) и врска.⁵



Слика 2. Структура на граф

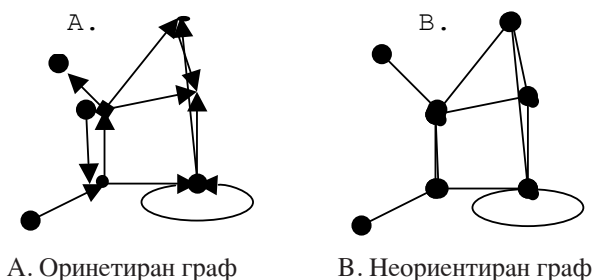
Јазлите можат да означуваат вредност на локација, големина, капацитет, додека врските можат да означуваат оддалеченост помеѓу јазлите, односно капацитет на врската. Кај нодалната регија јазлите можат да бидат градови, села, објекти, а врските можат да бидат патишта, железнички пруги, речни текови, нафтоводи, телефонски врски, авионски коридори, правци на трговска размена и сл. Мрежата што ја формираат јазлите и врските со теоријата на графови се прикажува како цртеж. Тоа практично значи дека информацијата што се однесува на циркулацијата и особините на врската се занемарува за да се посвети поголемо внимание на важните просторни елементи на мрежата.

5) Во математиката елементите на графот се нарекуваат темиња и ребра. Темињата се означуваат со буквите x, y, z или со индекси $-x_j, y_j, z_j$; $j=1, 2, \dots$. Ребрата се означуваат со (x, y) или $u, v, w, u_i, v_i, i=1, 2, \dots, x_i$, а често пати и со само една буква u, v .

Во географската терминологија графот го сретнуваме како „збир на географски локалитети меѓусебно поврзани со бројни врски во систем“ (Kansky, 1963).

За прикажување и анализа на патната мрежа можат да се применат *ориентирани* и *неориентирани* графови.

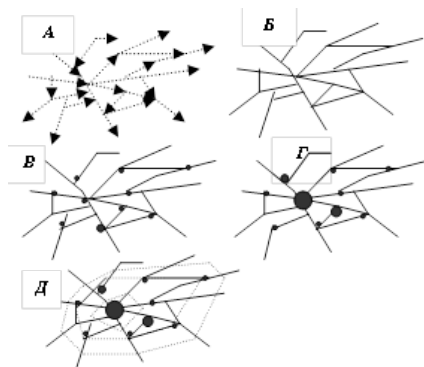
Ориентираните графови ги прикажуваат насоките на циркулација и со нив се прикажуваат двонасочните движења (на пример за сообраќајните текови, патиштата со двонасочен сообраќаен режим) и еднонасочните движења (автопатиштата или еднонасочните улици). Со неориентираните графови можат да се анализираат тополошките карактеристики на мрежата.



Слика 3. Приказ на ориентиран и неориентиран граф

Мрежата ја сочинуваат јазлите и врските. Може да биде планарна и непланарна.

Планарната мрежа може да биде претставена со повеќе облици, како на пример: првиот модел е линиски (едноставен пат), вториот модел е стеблест (дрво), третиот модел е цикличен (кружен) и четвртиот е ќелиски (клеточен) модел.



Слика 4. Степен на анализа на нодален регион (А: движење, Б. мрежа, В. јазли; Г. хиерархија; Д. површини или полиња

Hagget P. (1965): Locational analysis in Human Geography, London

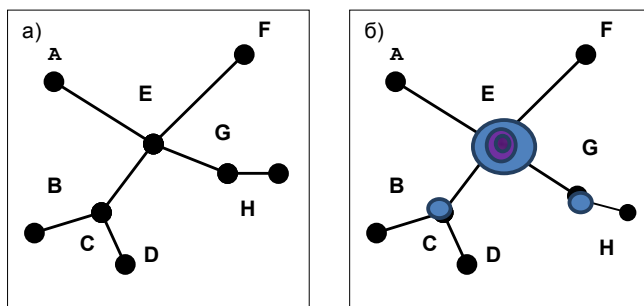
Нејзиниот развој е посебно значаен со развојот на општата теорија на системи кога графот станува pogodно средство за структурно прикажување на системот. Во економската географија за прикажување на трговските релации помеѓу земјите, прикажување на извозот, увозот, обемот на трговска размена и сл. Графовите се појавуваат и во хемијата како структурни формули на молекулите; во електрониката, како шеми на електрични кола; во кибернетиката, како дијаграми на компјутерските програми и сл. Во воената географија и картографијата со топографија, теоријата на графови има огромно значење за пресметување на најблиското растојание помеѓу два објекта, како и за потребното време за совладување на дадена маршрута.

Од аспект на систематско сфаќање на нодално-функционалните региони, поврзана и е теоријата на графови како една од новите аналитички техники во прикажување и анализа на структурата на еден регион како отворен систем.

За анализа на тополошките карактеристики на графот постојат повеќе тополошки мерки базирани на теоријата на графовите. За прикажување на сообраќајната патна мрежа најзначајни се следните тополошки вредности:

- централитет на мрежата;
- поврзаност и
- облик.

За мерење на централитетот на мрежата се користи Кенигевиот број (Көниг 1936). Овој број го покажува максималниот број на најкратки врски од едниот до другиот врв на графот. Притоа централно место во мрежата има јазолот со најмал Кенигов број. Растојанието помеѓу јазлите може да биде искажано во км, или пак во време, а јазлите можат да бидат заменети со редни броеви во однос на добиената средишна локација.



Слика 5. Приказ на граф и нодална регион



Од горната слика може да го прикажеме и следниот пример. Да се замисли еден простор во кој постојат осум центри (А-Н). Овие центри се поврзани со одредени врски кој всушност ни ја прикажуваат меѓусебното растојание во км. Осумте центри со седум врски ја чинат мрежата каде што ги имаме следниве тополошки елементи:виндексот изнесува 0.87 што значи дека има форма на дрво, Кенигевиот број на центрите Н, D и В е 4, на А и F изнесува 3, на центарот Е е два, што значи дека тој зазема централно место во мрежата.

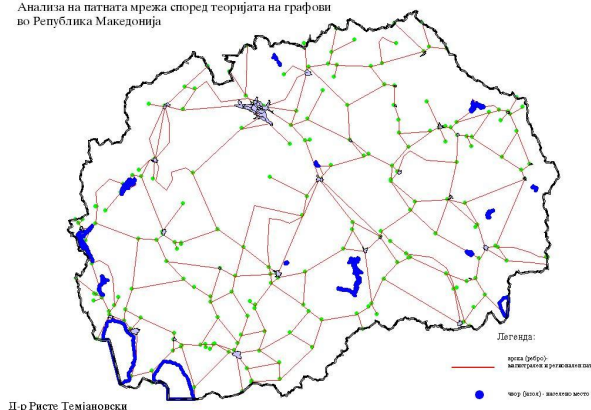
За прикажување на степенот на поврзаност на патната мрежа се користи т.н. β (бета индекс). Тој го покажува односот помеѓу врските и јазлите во мрежата според формулата:

$$\beta = v/c,$$

во кој v означува број на врски, а c број на јазли.

Вредноста на овој број под 1 укажува на тоа дека мрежата има облик на дрво и на неповрзан граф; вредноста од 1 укажува дека мрежата има кружна форма и вредност помеѓу 1 и 3 укажуваат на комплексна мрежа. Вредноста на β индексот успешно може да се користи за прикажување на степенот на поврзаност на различни подрачја и земји, со тоа што поголемата вредност одговара на повисок степен на поврзаност на сообраќајната мрежа. Може успешно да најде примена и при проучување на еволуцијата на сообраќајната мрежа, како квантитативни показател на одделни фази од нејзиниот развој.

Анализа на патната мрежа според теоријата на графови во Република Македонија



Д.р Ристе Темјановски

Слика 6. Примена на теоријата на графови во анализа на густината и должината на магистрални патни правци во Р. Македонија



Според овој метод и врз основа на мрежата на магистрални и регионални патишта во Република Македонија, бета индексот ќе изнесува:

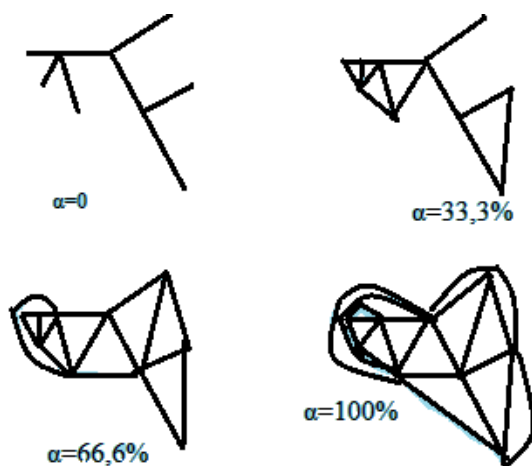
$$\beta = \frac{v}{c},$$

$$\beta = \frac{288}{227} = 1.26$$

Притоа како врски (v) се земени сите магистрални и регионални патишта, а како нодови (c) се земени следните случаи:

- почеток и крај на патниот правец, односно дали за почеток и крај е земен магистрален или регионален патен правец;
- поголемо населено место, односно градски центар, во кој завршува, или почнува патниот правец;
- пресекување на магистрален со магистрален пат;
- пресекување на магистрален со регионален пат;
- пресекување на регионален со регионален пат.

Значи дека вредноста на бета индексот (β) кој изнесува 1.26 укажува дека Република Македонија располага со комплексна патна мрежа, но сè уште заостанува во однос на развиените западни земји во поглед на поврзаноста, каде што овој број се движи помеѓу 2 и 3.



Слика 7. Зголемување на вредноста на индексот α во зависност од зголемувањето на бројот на внатрешните врски (Хагет, 1965)



Посебно важен параметар за развиеноста на сообраќајната мрежа е односот на нејзината поврзаност во однос на максималната поврзаност со патишта. Со примена на теоријата на графови може на повеќе начини да се прикаже нејзиниот степен на поврзаност. Како доста погоден за таа намена се издвојува индексот α (alfa), кој претставува однос помеѓу дадениот број на основните циклуси на мрежата и максималниот број циклуси кои во неа може да се издвојат.

За површинските графови овој индекс се одредува со равенката:

$$\alpha = (V_n - C_n + G_n) / (2C_n - 5) * 100 \text{ каде што}$$

C_n - број на јазли

V_n - број на врски

G_n - број на компоненти на графот

Притоа во зависност од добиените вредности ги имаме следниве случаи:

За состојбата со патната мрежа во Република Македонија пресметувањето на алфа индексот изгледа вака:

$$\alpha = (288 - 227 + 1) / (2 * 227 - 5) * 100$$

$$\alpha = (61 + 1) / (454 - 5)$$

$$\alpha = 62 / 449$$

$$\alpha = 13.8 \%$$

Преку пресметувањето на алфа индексот (α) може да се констатира дека поврзаноста на патиштата во Република Македонија изнесува 13.8% и се наоѓа на едно ниско ниво во однос на идеалната меѓусебна поврзаност на патиштата со 100%. Меѓутоа ова вредност не останува константна, туку таа може да се менува во зависност на идните нови проекции на патиштата, новите поврзувања и пресекувања во зависност од категоризацијата на патиштата, во зависност од нивното поврзување со населените места во географскиот простор и сл.

Сообраќајната мрежа поседува одредени геометриски карактеристики кои во зависност на нејзиниот карактер и густина можат да бидат помалку или повеќе сложени. Геометриските анализи на сообраќајната мрежа го наметнуваат и прашањето на конфигурација на сообраќајната линија, нивната тесна поврзаност и зависноста од факторите кои влијаат на создавање на мрежата. Доста значаен елемент претставува и одредување на густината на патната мрежа, кој се пресметува со примена на следната формула:

$$a = \frac{D * 100}{P}$$

каде што D е должината на комуникација, а P површијата во km^2 .

Според оваа формула густината на патната мрежа во Република Македонија изнесува:

$$a = \frac{13934 * 100}{25713} = \frac{1393400}{25713} = 54,19^6$$

Сложените анализи на густината на сообраќајната мрежа можат во себе да го вклучат и бројот на население. Така, на пример, со формулата

$$a' = \frac{D * 10.000}{L}$$

каде што L е бројот на население, со што се одредува комуникацијата на 10.000 жители.

За Република Македонија, според оваа формула, комуникацијата на 10.000 жители⁷ изнесува:

$$a' = \frac{13934 * 10.000}{2022547} = \frac{139340000}{2022547} = 68,893$$

Врз основа на овие две формули може понатаму да се најде густината на мрежата во однос и на површината и бројот на население (K. Warakowska, 1969)⁸.

$$A = \sqrt{a * a'}$$

$$A = \sqrt{\frac{D * 100}{P} * \frac{D * 10000}{L}} = \frac{D * 1000}{\sqrt{P * L}}$$

За Република Македонија, според оваа формула, густината на патната мрежа во однос на површината на земјата и бројот на жителите изнесува:

$$A = \sqrt{54,19 * 68,8933} = \sqrt{3733,363} = 61,101$$

Со помош на теоријата на графовите во сообраќајната географија може доста прецизно да се пресмета еволуцијата во развојот на патната мрежа во определено географско подрачје или населено место.

Пример за тоа претставува и следната слика на примерот на развојот на патната мрежа во Москва.

6) Во високоразвиените земји, кои располагаат со квалитетна и густа патна мрежа, овој број е многу повисок. На пример, во Белгија изнесува 504, во Холандија изнесува 330, Луксембург 201,8, Германија 180, Франција 187 на км/100 км².

7) Во ова истражување се користени официјалните податоци на Државен завод за статистика според Пописот на населението извршен во 2002 година.

8) Dinić Jovan (1976): Soobračajna geografija, Beograd, Naučna knjiga, 1976, str.25



Примена на методот на графови во одредување на најкраток пат

Често пати во практичниот живот се наметнува потребата за изнаоѓање на најкраток пат за да се стигне до одредена дестинација, било да се намали времето за патување, било да се намалат трошоците на гориво кои произлегуваат од движење по подолги релации.

За таа цел може да ни послужи алгоритмот на Форд за изнаоѓање на најкраток пат. Се бара најкраткиот пат меѓу темето h и темето u во ориентиран (или неориентирианиот) граф G , во којшто на секое ребро му е придружена „должина“ $l(U) \geq 0$.

Темињата на графот G ги нумерираме со $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$, така што $x_1 = x, x_p = u$. Целта на задачата е да најдеме најкус пат меѓу x_1 и x_p .

На секое теме $x_i, i=1, 2, \dots, p$ му препишуваме етикета - број λ_i , ставајќи на почетокот $\lambda_1 = 0, \lambda_i = \infty$ за $i=2, 3, \dots, p$.

За секое ориентирано ребро (x_i, x_j) се испитува условот дали

$$\lambda_j - \lambda_i > l(x_i, x_j) \tag{1^*}$$

Ако е исполнет овој услов, тогаш етикетата, бројот λ_j на темето x_j ја менува во $\lambda_j = \lambda_i + l(x_i, x_j)$, а во спротивно - бројот λ_j го оставаме непроменет. Ако го разгледуваме проблемот на неориентирано ребро (x_i, x_j) во неориентиран граф, тогаш условот (1*) го тестираме и за $\lambda_j - \lambda_i$ и за $\lambda_i - \lambda_j$, а понатаму постапуваме исто како кај ориентирано ребро.

Оваа постапка се врши сè додека не постигне да важи следниот услов:

$$\lambda_j - \lambda_i \leq l(x_i, x_j), \text{ за секое ребро } (x_i, x_j) \text{ во } G \tag{2^*}$$

За да се постигне условот (2*) некои ребра можат да бидат третирани и по два и повеќе пати. Притоа мора да се напомене следното: ако за G не постои пат помеѓу x_1 и x_p , тогаш и по овој чекор темето x_p ќе има етикета ∞ . Но сега го испитуваме случајот на два града кои се поврзани со патна мрежа, што значи дека се работи за сврзан граф.

Штом ќе се постигне условот (2*), тогаш најкус пат помеѓу x_1 и x_p конструираме на следниот начин:

Тргуваме од последното теме, што значи од назад, за кое важи $\lambda_p - \lambda_{n_1} = l(x_{n_1}, x_p)$. Бројот λ_p во процесот се намалува, а x_{n_1} е последното теме коешто послужило за намалување на λ_p . Од исти причини, постои и теме x_{n_2} за кое $\lambda_{n_1} - \lambda_{n_2} = l(x_{n_2}, x_{n_1})$ итн. Конечно, ќе најдеме и теме x_{n_k} за кое важи $\lambda_{n_k} - \lambda_1 = \lambda_{n_k} - 0 = l(x_1, x_{n_k})$. Бараниот најкус пат меѓу x_1 и x_p е патот

$$P_0 = (x_1, x_{n_k}, x_{n_{k-1}}, \dots, x_{n_2}, x_{n_1}, x_p).$$



Summary

Graph theory is a branch of mathematics concerned about how networks can be encoded and their properties measured. It has been enriched in the last decades by growing influences from studies of social and complex networks. A graph is a symbolic representation of a network and of its connectivity. It implies an abstraction of the reality so it can be simplified as a set of linked nodes.

Many world complex systems can be represented as graphs and networks - from transport networks, to telecommunication networks, to biological networks. Servers, the core of the Internet, can also be represented as nodes within a graph.

From everything above exposed, we can conclude that theory of graphs takes significant place in implementation of spatial researching. We point out the meaning of this method in planning, drafting and analysing of linear infrastructure, such as traffic infrastructure (particular road network), hydrology (river systems), telecommunications systems and bigger or smaller regional parts. The result of this analysis present significant factor in future modelling of geographical area. We can obtain very precision results in planning of roads network in urban and rural settlements. This model is using in many GIS software such as ArcView, AutoCAD Map etc. This mathematical model find out in wide rang domains. It can be used for the purposes of the space and town planning, touristic movement in Touristic agencies, Aircraft Company, emergency and police offices etc. In this section we describe some interesting relationship between two towns in Republic of Macedonia Kicevo and Strumica. We show how to solve the shortest path problem in road network. In fact, this algorithm allows us to obtain the best current time for solving a shortest path problem.

Литература

- Cvetković Dragoš (1990):** Teorija grafova i njene primene. Beograd: Naučna knjiga, 1990.
- Cvetković D., Šokarovski R. (1975):** Osnovi na teorijata na grafovi. Skopje: Matematički institut, 1975.
- Chorley J. Richard, Hagget Peter (1970):** Integrated models in Geography: Part IV of Models in Geography. London: University paperbacks. 1970.
- Dinič Jovan (1976):** Soobračajna geografija, Beograd, Naučna knjiga, 1976
- Ravindra K. A., Magnanti L. T., Orlin B. J. (1993):** Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. New Jersey: Prentice Hall, 1993.
- Sič Miroslav (1990):** Problematika razvoja autocesta u Hrvatskoj i Jugoslaviji na pragu 90.godina. Savez geografski društava Hrvatske. Geografski glasnik: Geographical Bulletin. 52 (1990)



Темјановски Р.(2013): Економска географија. Штип: Универзитет „Гоце Делчев“, 2013.[Електронски учебник]

Vresk Milan (1975): О применени теорије графа у анализи нодалне регије. Savez geografski društava Hrvatske. Geografski glasnik: Geographical Bulletin. XXXVI-XXXVII (1975)

Прилог 1.

Алгоритам за изнаоѓање на најраток пат: студија на случај Кичево-Струмица
Algorithm of shortest path: case study Kicevo - Strumica

